कुल प्रश्नों की संख्या : 26 | कुल पृष्ठों की संख्या : 12

Total No. of Questions: 26 | Total No. of Pages: 12

हायर सेकेण्डरी परीक्षा, जून 2018

150

विषय : उच्च गणित

Subject: MATHEMATICS

(Hindi & English Version)

समय : 03 घण्टे | पूर्णांक : 100

Time : 03 Hours | Maximum Marks :100

निर्देशः–

(1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) प्रश्न पत्र में दो खण्ड हैं खण्ड "अ" और खण्ड "ब"।

(3) खण्ड "अ" में दिये गये प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

(4) खण्ड "ब" में प्रश्न क्रमांक 6 से 26 तक आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।

(5) प्रश्न क्रमांक 6 से 10 तक प्रत्येक 2 अंक का है।

(6) प्रश्न क्रमांक 11 से 14 तक प्रत्येक 3 अंक का है।

(7) प्रश्न क्रमांक 15 से 21 तक प्रत्येक 4 अंक का है।

(8) प्रश्न क्रमांक 22 से 26 तक प्रत्येक 5 अंक का है।

Instructions:

(1) All questions are compulsory.

(2) Question paper has two Sections :– Section "A" and Section "B".

(3) In the Section "A" Question Nos. 1 to 5 are Objective type. Each question carries 5 marks.

(4) In the section "B" Question Nos. 6 to 26 has Internal option.

(5) Question Nos. 6 to 10 carries 2 Marks Each.

(6) Question Nos. 11 to 14 carries 3 Marks Each.

(7) Question Nos. 15 to 21 carries 4 Marks Each.

(8) Question Nos. 22 to 26 carries 5 Marks Each.

mpcareer.in

खण्ड – ''अ''

Section – "A"

प्र.1 सही विकल्प चुनकर लिखिए :– **(1×5=5)**

(i) यदि $\frac{3x}{(x-6)(x+a)} = \frac{2}{x-6} + \frac{1}{x+a}$ तो a का मान होगाः–

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 4

(ii) यदि $\tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}A$ तो A का मान होगाः–

(a) $x - y$ (b) $x + y$

(c) $\frac{x-y}{1+xy}$ (d) $\frac{x+y}{1-xy}$

(iii) समतल xy, yz तथा zx का समीकरण क्रमशः हैं :–

(a) $z = 0, x = 0, y = 0$ (b) $x = 0, y = 0, z = 0$

(c) $y = 0, z = 0, x = 0$ (d) $x = 0, z = 0, y = 0$

(iv) यदि सदिश $a\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $3\hat{i} + 6\hat{j} - 5\hat{k}$ परस्पर लम्ब हों तो a का मान होगाः–

(a) 9 (b) 16

(c) 25 (d) 36

(v) बिन्दु (a, b, c,) की x– अक्ष से न्यूनतय दूरी है :–

(a) $\sqrt{b^2 + c^2}$ (b) $\sqrt{a^2 + b^2}$

(c) $\sqrt{c^2 + a^2}$ (d) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Choose the correct options:–

(i) If $\frac{3x}{(x-6)(x+a)} = \frac{2}{x-6} + \frac{1}{x+a}$ then the value of a is :–

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 4

(ii) If $\tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}A$ then the value of A is :–

(a) $x - y$ (b) $x + y$

(c) $\frac{x-y}{1+xy}$ (d) $\frac{x+y}{1-xy}$

(iii) The equation of the plane xy, yz and zx are respectively:–

(a) $z = 0, x = 0, y = 0$ (b) $x = 0, y = 0, z = 0$

(c) $y = 0, z = 0, x = 0$ (d) $x = 0, z = 0, y = 0$

mpcareer.in

(iv) If vector $a\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ and $3\hat{i}+6\hat{j}-5\hat{k}$ are mutually perpendicular then the value of a is :–

(a) 9 (b) 16

(c) 25 (d) 36

(v) The shortest distance of point (a, b, c) from x– axis is:–

(a) $\sqrt{b^2+c^2}$ (b) $\sqrt{a^2+b^2}$

(c) $\sqrt{c^2+a^2}$ (d) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

प्र.2 निम्नलिखित कथनों में सत्य/असत्य लिखिए :– **(1×5=5)**

(i) त्रिभुज की तीन माध्यिका द्वारा निर्धारित सदिशों का योग शून्य होता है।

(ii) यदि $\vec{a}=2\hat{i}+3\hat{j}-4\hat{k}$ तथा $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k}$ है तो $\vec{a}.\vec{b}$ का मान शून्य होगा।

(iii) सहसंबंध गुणांक का मान –1 और +1 के मध्य होता है।

(iv) e^{ax} का n वॉ अवकलन है $a^n e^{ax}$.

(v) सदिश $\hat{i}-3\hat{k}$ की दिक कोज्याएँ क्रमशः $\frac{1}{\sqrt{10}},\frac{2}{\sqrt{10}},\frac{3}{\sqrt{10}}$ हैं।

Write true/ false in the following statements :–

(i) The sum of three vectors determined by the medians of a triangle directed from the vectors is zero.

(ii) If $\vec{a}=2\hat{i}+3\hat{j}-4\hat{k}$ and $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k}$ then the value of $\vec{a}.\vec{b}$ will be zero.

(iii) The value of co–relation coefficient lies between –1 and +1.

(iv) The n^{th} derivative of e^{ax} is $a^n e^{ax}$.

(v) The direction cosine of vector $\hat{i}-3\hat{k}$ are $\frac{1}{\sqrt{10}},\frac{2}{\sqrt{10}},\frac{3}{\sqrt{10}}$ respectively.

mpcareer.in

प्र.3 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:– **(1×5=5)**

(i) $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+4}{5}$ सरल रेखा बिन्दु .... से होकर जाती है।

(ii) एक चर त्रिज्या वाले गोलाकार गुब्बारे की त्रिज्या 3 सेमी. है, उसके आयतन परिवर्तन की दर .... होगी।

(iii) यदि $y = x^n$ हो तो y का n वाँ अवकलन .... होगा।

(iv) y – अक्ष के समान्तर समतल का समीकरण .... होगा।

(v) अभिलंब के रूप में समतल का सदिश समीकरण .... है।

Fill in the blanks:–

(i) Straight line $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+4}{5}$ passes through the point …………. .

(ii) A spherical Balloon is having a variable radius of 3 cm, then rate of change of volume will be ……….. .

(iii) If $y = x^n$ then the n^{th} differentiation of y will be …………. .

(iv) Equation of plane parallel to y – axis will be …………. .

(v) Vector equation of the plane in normal form is ………….. .

प्र.4 निम्न प्रश्नों में प्रत्येक का एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए: **(1×5=5)**

(1) संख्यात्मक समीकरण के वास्तविक मूल ज्ञात करने की सबसे प्राचीन विधि का नाम लिखिये।

(2) 0.23452 E07 + 0.31065 E07 का मान लिखिए।

(3) समीकरण $x^3 - x - 2 = 0$ का मूल किस अंतराल में है?

(4) आंकिक विधि में समलम्ब चतुर्भुज नियम का सूत्र लिखिए।

(5) न्यूटन रैफसन विधि द्वारा किसी संख्या का वर्गमूल ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

Write the answer in one word/sentence each.

(1) Write the name of Ancient method to find out the real root of a Numerical Equation.

(2) Write the value of 0.23452 E07 + 0.31065 E07.

(3) In which interval does the root in the equation $x^3 - x - 2 = 0$ lie?

(4) Write the formula of Trapezoidal rule in numerical method.

(5) Write down the formula of Newton Raphson method to find out the square root of a number.

mpcareer.in

प्र.5 सही जोड़ी बनाइए: – **(1×5=5)**

"अ"	"ब"
(1) $\int \frac{1}{x} dx$	(i) $\tan^{-1}x$
(2) $\int \frac{1}{1+x^2} dx$	(ii) $\cot^{-1}x$
(3) $\int \tan x \, dx$	(iii) $\frac{ax}{\log_e^a}$
(4) $\int -\frac{1}{1+x^2} dx$	(iv) $\log x$
(5) $\int a^x \, dx$	(v) $\log \sec x$
	(vi) $\sin^{-1} x$

Match the column:

"A"	"B"
(1) $\int \frac{1}{x} dx$	(i) $\tan^{-1}x$
(2) $\int \frac{1}{1+x^2} dx$	(ii) $\cot^{-1}x$
(3) $\int \tan x \, dx$	(iii) $\frac{ax}{\log_e^a}$
(4) $\int -\frac{1}{1+x^2} dx$	(iv) $\log x$
(5) $\int a^x \, dx$	(v) $\log \sec x$
	(vi) $\sin^{-1} x$

खण्ड – "ब"

Section – "B"

प्र.6 यदि P तथा Q के निर्देशांक क्रमशः (4, –1, 7) तथा (3, –3, –1) हैं, सदिश $\overrightarrow{PQ}$ ज्ञात करके इसका मापांक ज्ञात कीजिए। (2)

If the coordinates of P and Q are respectively (4, –1, 7) and (3, –3, –1), find the vector $\overrightarrow{PQ}$ and compute its magnitude.

अथवा / OR

सदिश $(\hat{i}-2\hat{j})$ के समान्तर एकांक सदिश ज्ञात कीजिए।

Find a unit rector parallel to the vector $(\hat{i}-2\hat{j})$.

mpcareer.in

प्र.7 यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ परस्पर लंबवत् हों तो अदिश λ का मान ज्ञात कीजिए। (2)

If $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ are perpendicular to each other then find the value of scalar λ.

<u>अथवा / OR</u>

सदिश $\hat{i} + \hat{j}$ पर सदिश $\hat{i} - \hat{j}$ का प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।

Find the projection of Vector $\hat{i} - \hat{j}$ on Vector $\hat{i} + \hat{j}$.

प्र.8 यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$ हो तो $\vec{a} \times \vec{b}$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)

If $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$ then, find $\vec{a} \times \vec{b}$.

<u>अथवा / OR</u>

उस गोले का सदिश समीकरण एवं कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र (–1, 0, 1) एवं त्रिज्या 2 हो।

Find the Vector equation and Cartesian equation of the circle whose centre is (-1, 0, 1) and radius is 2.

प्र.9 $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)

Evaluate $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$.

<u>अथवा / OR</u>

$\int x\sqrt{x^2 - 1}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int x\sqrt{x^2 - 1}\, dx$.

प्र.10 $\int \frac{dx}{9-4x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए। (2)

Evaluate $\int \frac{dx}{9-4x^2}$.

अथवा / OR

$\int \log_e^x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int \log_e^x \, dx$.

प्र.11 दो रेखाओं के दिक अनुपात क्रमशः 2, 3, 6 व 1, 2, 2 हैं। इनके बीच का न्यूनकोण ज्ञात कीजिए। (3)

Find the acute angle between two lines whose direction ratios are 2, 3, 6 and 1, 2, 2 respectively.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि एक घन के विकर्णों के बीच का कोण $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ होता है।

Show that the angle between any two diagonals of a cube is $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$.

प्र.12 बिन्दुओं A (2, –3, 4) व B (–5, 6, 7) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को व्यास मानकर बनाये गये गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए। (3)

Obtain the equation of the sphere describe on the joining of the point A (2, –3, 4) and B (–5, 6, 7) as a diameter.

अथवा / OR

k का मान ज्ञात कीजिए यदि रेखाएँ।

$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-20/3} = \frac{z-3}{2k}$ तथा $\frac{x-1}{2k} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-6}{-4}$ परस्पर लम्बवत् हैं।

Find the value of k, if lines.

$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-20/3} = \frac{z-3}{2k}$ and $\frac{x-1}{2k} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-6}{-4}$ are mutually perpendicular.

mpcareer.in

प्र.13 सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि– (3)

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha . \cos\beta + \sin\alpha . \sin\beta$

Prove by vector method that-

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha . \cos\beta + \sin\alpha . \sin\beta$.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि अर्द्धवृत्त का कोण समकोण होता है।(सदिश विधि से)

Prove that the angle in semi-circle is right angle. [By Vector Method].

प्र.14 यदि $\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ और $2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$ के सदिशों के बीच का कोण θ हो तो सिद्ध कीजिए कि – (3)

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{115}{147}}$$

Show that the angle between the vectors $\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ and $2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$ is θ. Prove that–

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{115}{147}}$$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि :–

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = 0$$

Prove that :–

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = 0$$

प्र.15 $\frac{x+3}{(x+2)(x^2-9)}$ को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिए। (4)

Resolve $\frac{x+3}{(x+2)(x^2-9)}$ into partial fractions.

अथवा / OR

$\frac{x^3}{(1-x)^4}$ को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिए।

Resolve $\frac{x^3}{(1-x)^4}$ into partial fractions.

प्र.16 सिद्ध कीजिए कि – (4)

$$\sin^{-1}\frac{3}{5}+\tan^{-1}\frac{5}{12}=\sin^{-1}\frac{56}{65}$$

Prove that –

$$\sin^{-1}\frac{3}{5}+\tan^{-1}\frac{5}{12}=\sin^{-1}\frac{56}{65}$$

अथवा / OR

यदि $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y+\tan^{-1}z=\frac{\pi}{2}$ हो, तो सिद्ध किजिये कि –

$$xy+yz+zx=1$$

If $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y+\tan^{-1}z=\frac{\pi}{2}$, then prove that -

$$xy+yz+zx=1$$

प्र.17 प्रथम सिद्धांत से cos x का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। (4)

Differentiate cos x by First Principle.

अथवा / OR

यदि $y=\log_e(\log_e \sin x)$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

If $y=\log_e(\log_e \sin x)$, then find $\frac{dy}{dx}$.

प्र.18 यदि $x^y=e^{y-x}$ तो, सिद्ध किजिए कि – (4)

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2-\log x}{(1-\log x)^2}$$

If $x^y=e^{y-x}$, prove that -

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2-\log x}{(1-\log x)^2}$$

अथवा / OR

यदि $y=x^2\log x$ हो तो, सिद्ध कीजिए कि –

$$\frac{d^4y}{dx^4}=\frac{-2}{x^2}$$

If $y=x^2\log x$ then, prove that –

$$\frac{d^4y}{dx^4}=\frac{-2}{x^2}$$

mpcareer.in

प्र.19 सिद्ध कीजिए कि फलन $x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ सभी वास्तविक संख्याओं के लिये वर्धमान है। (4)

Prove that the function $x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ is increasing in R.

अथवा/OR

फलन $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$ **के लिए अन्तराल** $[0, 3]$ में रोले के प्रमेय की जाँच कीजिए।

Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$ in the interval $[0, 3]$.

प्र.20 सिद्ध कीजिए : सहसंबंध गुणांक ρ का मान -1 से +1 के बीच होता है। (4)

Prove that : Value of correlation coefficient ρ lies between -1 to +1.

अथवा/OR

निम्नांकित मूल्य युग्मों के लिए सह–प्रसरण ज्ञात कीजिए :–

(1, 6), (2, 9), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 5), (7, 12), (8, 3), (9,17), (10,1).

Find covariance for the following data :-

(1, 6), (2, 9), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 5), (7, 12), (8, 3), (9,17), (10,1).

प्र.21 यदि समाश्रयण रेखाएँ क्रमशः $2x - 9y + 6 = 0$ तथा $x - 2y + 1 = 0$ हों तो, सह संबंध गुणांक की गणना कीजिए। (4)

Given the regression lines as $2x - 9y + 6 = 0$ and $x - 2y + 1 = 0$ respectively, calculate the correlation coefficient.

अथवा/OR

निम्नलिखित आंकड़ों से y का मान ज्ञात कीजिए जबकि x = 12.

श्रेणी	x	y
माध्य	7.6	14.8
मानक विचलन	3.6	2.5

सहसंबंध गुणांक ρ = 0.99

Estimate the value of y from the following data when x = 12.

Series	x	y
Mean	7.6	14.8
Standard Deviation	3.6	2.5

Coefficient of correlation ρ = 0.99

mpcareer.in

प्र.22 बिन्दु (2, -1, 5) से रेखा $\frac{x-11}{10}=\frac{y+2}{-4}+\frac{z+8}{-11}$ पर खींचे गए लम्ब का पाद तथा लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए। (5)

Find the foot of the perpendicular drawn from the point (2, -1, 5) to the line $\frac{x-11}{10}=\frac{y+2}{-4}+\frac{z+8}{-11}$. Find also the length of the perpendicular.

<u>अथवा / OR</u>

एक गोला बिन्दुओं (1, –3, 4), (1, –5, 2), (1, –3, 0) से गुजरता है, इसका केन्द्र समतल x + y + z = 0 पर स्थित है। गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the sphere passing through the points (1, –3, 4), (1, –5, 2), (1, –3, 0) and its centre lying on the plane x + y + z = 0.

प्र.23 निम्नांकित का मान ज्ञात कीजिए :– (5)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x \,.\, \cos x}{3x}$$

Evaluate :- $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x \,.\, \cos x}{3x}$

<u>अथवा / OR</u>

सिद्ध कीजिए कि

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{जब } x \neq 1 \\ 2 & \text{जब } x = 1 \end{cases}$$

x = 1 पर असतत है।

Show that $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{when } x \neq 1 \\ 2 & \text{when } x = 1 \end{cases}$

Is discontinuous at x = 1.

प्र.24 सिद्ध कीजिए कि :– (5)

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\,dx = \frac{\pi}{4}$$

Show that :-

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\,dx = \frac{\pi}{4}$$

<u>अथवा / OR</u>

वृत्त खंड $x^2 + y^2 = a^2$ के वृत्त का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the total area of circle whose first quadrant is $x^2 + y^2 = a^2$.

mpcareer.in

प्र.25 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = 4y$ को हल कीजिए। (5)

Solve differential equation :- $\frac{dy}{dx} = 4y$

<u>अथवा / OR</u>

सिद्ध कीजिए कि समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$ का हल y = 4 sin 3x है।

Verify that the solution of $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$ is y = 4 sin 3x.

प्र.26 52 ताशों को अच्छी तरह फेंटी हुई गड्डी में से यादृच्छया 1 ताश निकाला जाता है। इसके इक्का या बादशाह होने की तथा न होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (5)

A card is drawn at random from a well shuffled pack of 52 cards. Find the probability that it is either an ace or a king and probability it is neither an ace nor a king.

<u>अथवा / OR</u>

यदि एक लीप वर्ष का यादृच्छिक चयन किया गया हो तो इस वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Find the probability that a leap year selected at random will contain 53 Sundays.

----

mpcareer.in